

Maschinelle Datenverarbeitung bei Flugleistungsmessungen

Von H.J. MERKLEIN, Diplomphysiker, Deutsche Forschungsanstalt für Segelflug e.V., München-Riem

Vortrag am 8. OSTIV-Kongreß, Köln (Deutschland), Juni 1960

Auch bei sorgfältigen Flugleistungsmessungen an aerodynamisch hochwertigen Segelflugzeugen führen die Unzulänglichkeit der Meßgeräte sowie vor allem die nie völlig erfaßbare Eigenbewegung der Atmosphäre teilweise zu großer Streuung der Meßpunkte. Diese Fehlerquellen sind weitgehend statistisch. Es ist daher notwendig, durch eine Vielzahl von Einzelmessungen eine wahrscheinliche Ergebniskurve zu bestimmen.

Sieht man davon ab, daß man die durch Messung gefundene Serie von Wertepaaren einfach durch eine «nach Gefühl» gezeichnete Kurve annähert, dann bleibt für das Ermitteln der gesuchten Polare immer ein mehr oder weniger großer Rechenaufwand zu bewältigen. Dies ist ganz besonders dann der Fall, wenn sehr viele und mit verschiedenen Gewichten belegte Meßpunkte vorliegen.

Die Deutsche Forschungsanstalt für Segelflug in München-Riem beabsichtigt, die Leistungen möglichst vieler Segelflugzeuge zu vermessen, um dadurch auf breiter Basis einen systematischen Vergleich der Flugleistungen verschiedener Typen zu gestatten. Zur Verringerung der anfallenden Auswertarbeit einerseits sowie zur Gewinnung von objektiven und mathematisch reproduzierbaren Leistungskurven andererseits haben wir daher versuchsweise einen elektronischen Rechenautomaten eingesetzt.

Um zunächst einmal Erfahrungen zu sammeln, wurden für die uns zugänglichen Punkte früherer Flugzeugvermessungen jeweils verschiedene Näherungskurven berechnet. Einige der so gefundenen Ergebnisse sind nachfolgend zusammengestellt und anhand einiger Abbildungen kurz diskutiert.

Im einzelnen wurden Messungen an folgenden Flugzeugtypen untersucht: D-34c, L-Spatz 55, Mü 13E, D-30 und Slingsby Sky. Es wird ausdrücklich darauf hingewiesen, daß die Messungen meist an nicht serienmäßigen Ausführungen der Flugzeuge durchgeführt wurden. Die gezeigten Meßpunkte und Beispielkurven sollen also keineswegs repräsentativ für die betreffenden Typen sein und die bisher bekannten Leistungsdaten nicht ersetzen. Die Flugzeuge sind daher nachfolgend nur noch mit A, B, C usw. bezeichnet.

Bisher blieb noch offen, in welcher Form beziehungsweise in welchem Koordinatensystem die Ergebnisse aufgetragen werden sollen. Die grundsätzlichen Probleme sind überall gleich, also im Geschwindigkeitsdiagramm genau wie zum Beispiel in einem c_a^2/c_w -System. Zunächst haben wir das

Geschwindigkeitsdiagramm bevorzugt, weil diese Darstellung vor allem für den Piloten der Praxis die anschaulichste ist.

Nun kurz zur Rechenmethode und zu der Form der Ergebnisse. Der für den Rechenautomaten verwendete Programmabschnitt nähert die vorliegenden, gewichtsbehafteten Meßpunkte durch ein Polynom von folgender Form an:

$$w_s = a_0 + a_1 \cdot v + a_2 \cdot v^2 + a_3 \cdot v^3 + \dots + a_n \cdot v^n$$

Dabei wird die Summe aller Fehlerquadrate ein Minimum. Die Größen a sind feste Koeffizienten, welche den Kurvenverlauf bestimmen. Zu den weiteren Ergebnissen der Maschinenrechnung gehören eine wählbare Anzahl von Koordinatenpunkten für die berechneten Polynomkurven sowie die Zusammenstellung sämtlicher Meßpunktabweichungen von den gefundenen Polaren.

Die Anpassungsfähigkeit eines Polynoms ist von der Zahl der Glieder abhängig. Leider wächst jedoch mit dem Polynomgrad die Tendenz zur «Schlangenlinie», so daß höhere Näherungen nur für statistisch gut belegte Messungen brauchbar sind. Die einfachste Näherung ist andererseits die Parabel. Wegen ihres fest vorgegebenen Krümmungsverlaufes und vor allem wegen ihrer Symmetrie im Kurvenminimum ist sie wiederum zur Nachbildung eines ausgeprägten Langsamflugverhaltens ungeeignet. Es mußte daher zunächst festgestellt werden, inwieweit sich die einzelnen Polynome bei Vorgabe verschiedener Punktverteilungen für eine Flugzeugpolare eignen.

Ein Beispiel einer nur durch wenige und streuende Punkte belegten Messung zeigt die Figur 1. Die gezeichnete Kurve ist ein Stück einer Parabel, welche natürlich nicht durch den Nullpunkt geht. Dieser Näherungsgrad ist hier völlig ausreichend. Weitergehende Aussagen über einen Kurvenverlauf sind der Messung nicht zu entnehmen.

In Figur 2 ist eine mit rund 100 Punkten verschiedenen Gewichtes belegte Messung dargestellt. Diese Auswertung ist für den Handrechner schon recht langwierig. Man sieht, daß die gezeichneten Kurven 3. und 4. Grades im Schnellflugbereich, wo nur eine geringe Zahl von Meßpunkten liegt, etwas stärker voneinander abweichen. Dagegen sind in der linken Bildhälfte, wo die Mehrzahl der Punkte sich häufen, nur geringe Unterschiede. Hier sind die Mittelwerte der streuenden Meßpunkte statistisch gut fundiert.

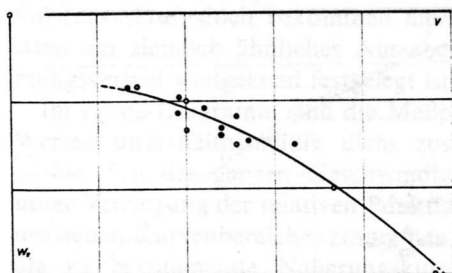


Fig. 1 Flugzeug A Näherungspolynom 2. Grades

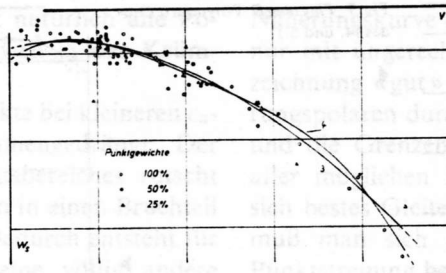


Fig. 2 Flugzeug B Näherungspolynome 3. und 4. Grades

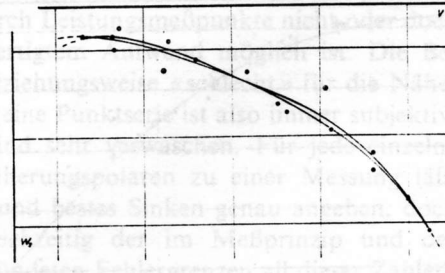


Fig. 3 Flugzeug C Polynome 4. Grades; Einfluß der Punkte

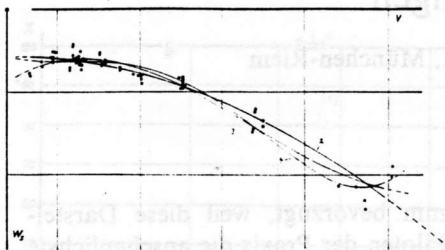


Fig. 4 Flugzeug D. Näherungspolynome 2., 3., 4. Grades; ungünstige Punktverteilung

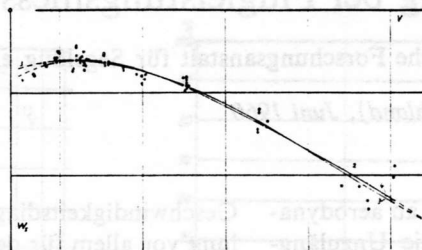


Fig. 5 Flugzeug D. Polynome 3. und 4. Grades mit Hilfspunkt

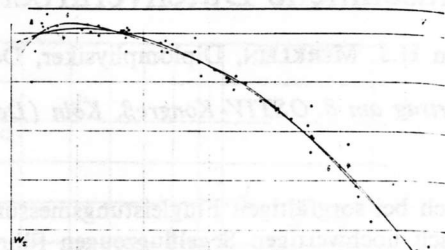


Fig. 6 Flugzeug E. Näherungspolynome 4. und 6. Grades

Ganz typisch für unsere Näherungen ist links oben der Kurvenanfang. Je höher der Polynomgrad, desto ausgeprägter kann das Kurvenminimum ausgebildet werden. Die Gleitwinkeltangenten beider Polaren unterscheiden sich praktisch nicht. Lediglich das geringste Sinken wird beim höheren Polynom noch geringfügig verbessert.

Das nächste Beispiel soll zeigen, wie sehr beim Vorhandensein nur weniger Punkte das Aussehen der Polare oft von Zufälligkeiten bestimmt werden kann. Figur 3 zeigt eine Messung mit fünfzehn ursprünglich gleichwertigen Meßpunkten. Versuchsweise haben wir zwei etwas abseits liegende Punkte einmal mit vollem Gewicht und einmal nur mit halbem Gewicht in die Maschinenrechnung eingesetzt. Diese relativ kleine Veränderung verschiebt den Kurvenverlauf in weiten Bereichen, insbesondere aber das hier nur schwach ausgeprägte Minimum und die Geschwindigkeit besten Gleitens.

Bei einer ungünstigen Verteilung der Meßpunkte gibt es leider auch Fälle, in welchen nur mit Hilfe eines Kunstgriffes brauchbare Polynomkurven erzeugt werden können. Ein solches Beispiel zeigt uns Figur 4. Obwohl hier rund 60 Meßwerte verfügbar sind, erzeugen die üblichen Näherungen dritten und höheren Grades am rechten Kurvenende einen Haken, welcher physikalisch sinnlos ist. Die Ursache hierfür finden wir einerseits in der schwachen Punktbelegung rechts sowie in der wohl zufallsbedingten Lage der letzten Punkte, welcher sich die Kurven gemäß Rechenschema anpassen. Hier führt die Bedingung kleinster Fehlerquadrate also offensichtlich zu unerwünschten Ergebnissen.

Im Schnellflug ist hier zunächst nur die Parabel brauchbar, und zwar gerade auf Grund ihrer geringen Anpassungsfähigkeit. Dagegen ist diese Näherung im Langsamflug ungünstig. Um nun auch in diesem Sonderfall der Punktverteilung zu einem zufriedenstellenden Ergebnis zu gelangen, kann man einen kleinen Umweg benutzen.

Gehen wir davon aus, daß die Parabel auch noch ein Stück oberhalb der vermessenen Bahngeschwindigkeiten der wirk-

lichen Polare nahe kommt, dann können die höheren Polynomkurven durch einen Hilfspunkt zu einem sinnmäßigen Verlauf gebracht werden. Einen solchen Richtungspunkt haben wir auf der Parabel 10% oberhalb des letzten Meßpunktes bestimmt und diesen in eine neue Näherungsrechnung aufgenommen. So gelang es, den in Figur 5 wiedergegebenen Kurvenverlauf zu erzeugen. Jetzt haben auch die zur Darstellung des Langsamfluges erforderlichen höheren Polynome einen im gesamten Bereich durchaus zufriedenstellenden Verlauf.

Eine recht gleichmäßige und daher für unser Rechenprogramm besonders günstige Punktverteilung zeigt Figur 6. Trotz Streuung der Meßwerte verläuft hier auch die Kurve 6. Grades noch völlig glatt und über den größten Bereich dicht bei der 4. Näherung. Der Kurvenverlauf ist in diesem Falle also durch die gleichmäßige Belegung mit Meßpunkten innerhalb enger Grenzen festgelegt. Das höhere Polynom bringt lediglich im Langsamflug noch eine bessere Wiedergabe.

Es ist hierbei zu bemerken, daß die beiden tief liegenden Meßpunkte vermutlich einen Sackflug-Zustand charakterisieren. Dann müßte die Polare steil nach unten abfallen. Einen solchen Kurvenverlauf kann das benutzte Verfahren natürlich nicht erzeugen. Andererseits kann die Rechenmaschine derartige Punkte nicht von sich aus erkennen und aussortieren. Sie findet, wie auch der Pilot in der Praxis, einfach einen mittleren Wert.

Welcher Verlauf sich in diesem Beispiel dann ergibt, wenn man den extrem tief liegenden Meßpunkt unberücksichtigt läßt, ist in Figur 7 dargestellt. Gezeichnet ist hier das Polynom 6. Grades, welches sich von der 4. und 5. Näherung praktisch nicht mehr unterscheidet. Eine ähnliche Übereinstimmung zeigt auch Figur 8. Die durchgezogene Kurve ist das Polynom 4. Grades, welches mit der nichtgezeichneten 5. Näherung auf ihrer gesamten Länge nahezu identisch ist.

Um unsere Untersuchungen von einer anderen Seite her zu ergänzen, haben wir die Meßpunkte des Flugzeuges B in

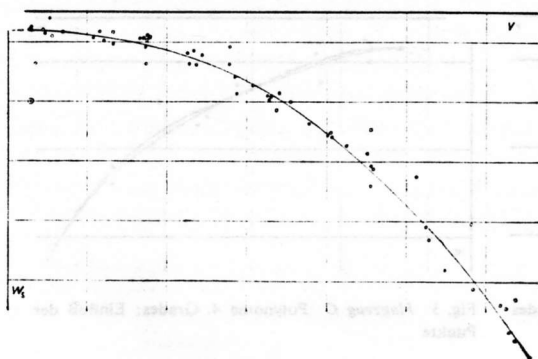


Fig. 7 Flugzeug E. Polynom 6. Grades (4. und 5.)

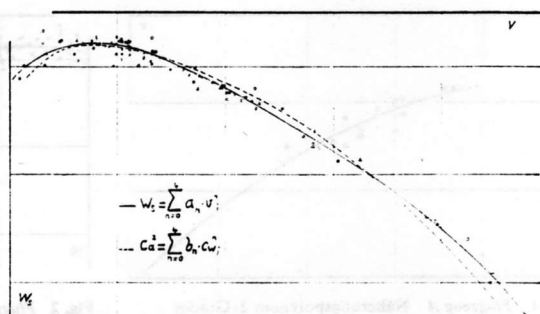


Fig. 8 Flugzeug B. Polynome 4. Grades aus verschiedenen Diagrammen

Koordinaten c_a^2 und c_w umgerechnet. Auf die derart in einem neuen Diagramm gewonnene Punktverteilung wurde dann das gleiche elektronische Rechenprogramm wie zuvor, jedoch nun mit dem Ansatz

$$c_a^2 = b_0 + b_1 \cdot c_w + b_2 \cdot c_w^2 + \dots$$

angewendet.

Häufig wird im c_a^2/c_w -Diagramm die Polare bei kleinen c_a -Werten einfach durch eine Gerade angenähert. Dies ist auch etwa in Übereinstimmung mit der in Figur 9 gezeichneten Kurve. Die gestrichelte Linie ist hier die im Diagramm des vorigen Bildes aus den gleichen Meßwerten berechnete Geschwindigkeitspolare. Beide Kurven weichen in Figur 9 über den größten Bereich scheinbar nur unwesentlich voneinander ab. Man sieht jedoch, wie sich die gerechnete Geschwindigkeitspolare gerade bei kleineren c_a -Werten merklich besser an die Meßpunkte anpaßt.

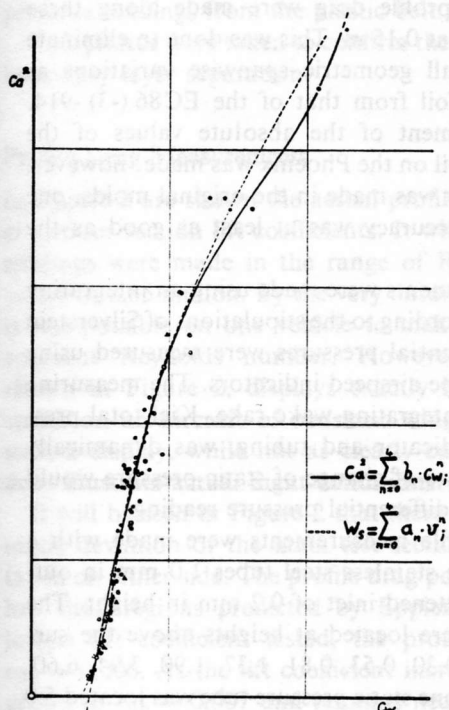


Fig. 9 Flugzeug B
Verschiedene Näherungen

Es könnte den Anschein haben, als seien die Verhältnisse im c_a^2/c_w -Diagramm besonders gut zur Polarenbestimmung geeignet. Dagegen sind jedoch einige Einwände zu erheben.

Aus einer linearen Näherung wird nach Umrechnung ins Geschwindigkeitsdiagramm eine ebenfalls nur zwei Parameter enthaltende Kurve

$$c_a^2 = b_0 + b_1 \cdot c_w \longrightarrow w_s = k_1 \cdot \frac{1}{v} + k_2 \cdot v^3$$

Diese Kurve entspricht zwar einem durchschnittlichen Polarenverlauf, doch bekommen hiermit natürlich alle Polaren ein ziemlich ähnliches Aussehen, weil ja der Krümmungsverlauf weitgehend festgelegt ist.

Im c_a^2/c_w -Diagramm sind die Meßpunkte bei kleineren c_a -Werten unverhältnismäßig dicht zusammengedrängt. Der größte Teil des ganzen Geschwindigkeitsbereiches rutscht unter Verzerrung der relativen Punktlagen in einen Bruchteil des neuen Kurvenbereiches zusammen. Dadurch entsteht für die zu bestimmende Näherungskurve eine völlig andere Punktstreuung als im Geschwindigkeitsfeld. Wegen der ge-

forderten kleinsten Fehlerquadrate ist zwangsläufig ein anderer Kurvenverlauf die Folge. Die scheinbar gute Übereinstimmung unserer beiden Kurven (Fig. 9) ist also lediglich durch die starke Verzerrung des Maßstabes gegenüber dem Geschwindigkeitsdiagramm entstanden. Davon überzeugen wir uns leicht in Figur 8. Dort ist aus der scheinbar guten Näherung ein über weite Bereiche offensichtlich falscher Kurvenverlauf geworden. (Figur 8, gestrichelte Linie.)

Aus der Gegenüberstellung der Diagrammtypen in Abbildungen 8 und 9 möchten wir einige Schlüsse ziehen. Die Polynomapproximation $c_a^2 = \sum b_n \cdot c_w^n$ scheint prinzipiell weniger geeignet zu sein. (Die umgekehrte Darstellungsweise $c_w = \sum k_n \cdot [c_a^2]^n$ wurde nicht näher untersucht.) Die durch Maßstabverzerrung weit auseinandergezogenen Punkte im Langsamflug (große c_a -Werte) beeinflussen den gesamten Kurvenverlauf auch im Schnellflug zu stark. Weiter zeigt sich, daß das häufig praktizierte Aufsuchen einer Polare nach der Punktlage des c_a^2/c_w -Diagrammes im Geschwindigkeitsdiagramm zu wohl unvermutet ungünstigen Kurven führt, und zwar besonders bei einer Linearisierung des c_a^2/c_w -Verhältnisses. Derartige Fehler im Kurvenverlauf können auf alle Fälle leicht größer werden, als den Abweichungen der verschiedenen Polynomnäherungen im Geschwindigkeitsdiagramm voneinander entspricht.

Wir möchten abschließend aus den Rechenergebnissen einige Schlüsse ziehen. Es hat sich gezeigt, daß zur Polaren-darstellung bei genügender Zahl der Meßpunkte Polynome 4. bis 6. Grades besonders geeignet sind. Höhere Näherungen sind im Hinblick auf die Kurvenformen sowie die Rechenzeit der Maschine kaum gerechtfertigt. In jedem Falle ist wegen der geforderten kleinsten Summe der Fehlerquadrate eine einigermaßen gleichmäßige Punktverteilung anzustreben, so daß die verschiedenen Kurvenbereiche etwa in gleichem Maße statistisch bestimmt sind.

Der Einsatz der elektronischen Rechenmaschine ermöglicht es, durch eine vorliegende Meßpunkteserie mit sehr geringem Zeitaufwand einen mathematisch einfach formulierten Polarenverlauf zu bestimmen. Es ist geplant, durch Erweiterung des Rechenprogrammes der Maschine letzten Endes die gesamte Rechenarbeit bei der Leistungsvermessung zu übertragen. Hierzu ist noch vorzubereiten: die Berechnung der einzelnen Wertepaare aus den Meßgrößen unter Berücksichtigung der Geräteichkurven, weiter die Bestimmung der verschiedenen aerodynamischen Beiwerte, des geringsten Sinkens, der besten Gleitzahl sowie einer Fehlerrechnung.

Trotz aller Rechenhilfe, welche die Maschine leisten kann, bleibt die Überwachung durch den Meßingenieur unentbehrlich. Nur er kann entscheiden, welcher Polynomansatz den Meßpunkten gemäß sinnvoll ist, und nur er kann aus seiner Erfahrung heraus die gerechnete Kurve beurteilen. Die Maschine allein ist nicht in der Lage, die wirklich günstigste aller möglichen Kurven auszusuchen, da die logische Definition und Zusammenfassung aller Kriterien einer optimalen Näherungskurve durch Leistungsmeßpunkte nicht oder doch nur mit ungerechtfertigtem Aufwand möglich ist. Die Bezeichnung «gut» beziehungsweise «schlecht» für die Näherungspolaren durch eine Punktserie ist also immer subjektiv, und die Grenzen sind sehr verwaschen. Für jede einzelne aller möglichen Näherungspolaren zu einer Messung läßt sich bestes Gleiten und bestes Sinken genau angeben, doch muß man sich gleichzeitig der im Meßprinzip und der Punktstreuung begründeten Fehlergrenzen all dieser Zahlenwerte bewußt bleiben.