

Sur l'influence de la déflexion des bouts d'ailes sur la sustentation et la résistance

Par le Dr ing. Svetopolk Pivko, Institut aérotechnique, Beograd-Zarkovo, Yougoslavie

Conférence au 6^e Congrès de l'OSTIV, St-Yan (France), juillet 1956

Sous l'action de l'effort aérodynamique, les extrémités d'ailes de grande envergure peuvent subir des déflexions notables. Les flèches de l'ordre de 1 (m) aux bouts d'ailes ne sont pas rares pour des planeurs de haute performance qui ont l'allongement 20 et plus. Il a été observé que ces planeurs perdent souvent en vitesse et en hauteur pendant le vol, ce qui conduit à la conclusion que la déflexion de l'aile peut engendrer des variations non négligeables de la portance et de la résistance de l'aile. Dans la présente note, une méthode approchée permettant l'estimation rapide de ces variations est brièvement exposée.

1. Influence de la déflexion des extrémités

Les extrémités d'une aile de planeur de grand allongement peuvent être déviées, sous l'action des forces aérodynamiques, vers le haut ou vers le bas. Le premier cas correspond à l'aile non gauchie, aux grandes incidences, le second cas à l'aile gauchie, aux petites incidences. Les déflexions de même grandeur, mais de signe contraire, provoquent, en première approximation, les mêmes variations des forces aérodynamiques.

La forme en élévation d'une aile, d'envergure b , défléchie aux extrémités, peut être assimilée à un arc circulaire (fig. 1), dont le rayon R et l'angle central φ_1 sont relatés à la flèche h des extrémités par les expressions

$$h = R(1 - \cos \varphi_1) \text{ et } \frac{b}{2} = R \varphi_1$$

D'où le rapport

$$\frac{h}{b/2} = \frac{1 - \cos \varphi_1}{\varphi_1} = \frac{2 \sin^2 \frac{\varphi_1}{2}}{\varphi_1}$$

ou encore, pour les petites valeurs de h et φ_1 ,

$$\frac{h}{b/2} \approx \frac{\varphi_1}{2}$$

L'effet aérodynamique de l'aile peut être remplacé par un ensemble de tourbillons liés et par une nappe de tourbillons libres répartis sur l'envergure. Un tourbillon libre élémentaire d'intensité $d\Gamma$, situé à distance $y_0 = R\varphi_0$ du plan de symétrie, induit au point situé à distance $y = R\varphi$, une vitesse

$$\underline{dw} = -\frac{d\Gamma}{4\pi d}, \quad d = 2R \sin \frac{\varphi_0 - \varphi}{2}$$

étant la distance du tourbillon libre du point considéré. Cette vitesse induite est dirigée vers le bas. Sur la section d'aile défléchie n'agit que la composante radiale

$$dv = dw \cdot \cos \frac{\varphi_0 - \varphi}{2} = -\frac{d\Gamma}{8\pi R} \operatorname{ctg} \frac{\varphi_0 - \varphi}{2}$$

L'ensemble de tourbillons libres induit la vitesse radiale totale

$$v = -\frac{1}{8\pi R} \int_{-\varphi_1}^{\varphi_1} \frac{d\Gamma}{d\varphi_0} \operatorname{ctg} \frac{\varphi_0 - \varphi}{2} d\varphi_0$$

Si l'on connaît la loi $\Gamma = f(y)$, on peut calculer la loi $v = f(y)$.

Dans une section d'aile défléchie, située à distance $y = R\varphi$, l'incidence effective du courant et la circulation autour de la section sont données par les expressions

$$\alpha_a = \alpha \cos \varphi + \frac{v}{V_0}$$

$$\Gamma = \pi \alpha_a l V_0 = \pi \alpha l V_0 \cos \varphi \left(1 + \frac{v}{\alpha V_0 \cos \varphi} \right)$$

où α est l'incidence géométrique, et l la corde de la section.

La résultante aérodynamique sur la tranche $dy = R d\varphi$ de l'aile est

$$dF = \rho V_0 \Gamma dy = \frac{1}{2\varphi_1} \rho b V_0 \Gamma d\varphi$$

d'où la sustentation et la résistance induite élémentaires

$$dZ = dF \cos \varphi, \quad dX_i \approx -dF \cdot \frac{v}{V_0}$$

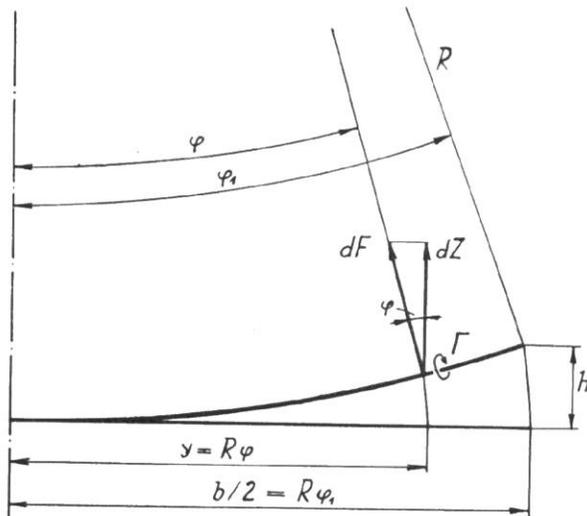


Fig. 1

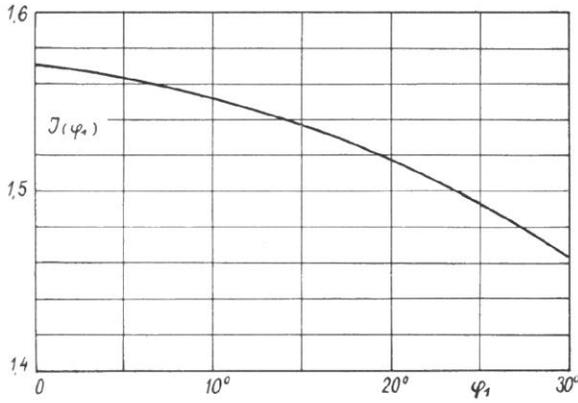


Fig. 2

Sur l'aile entière, on obtient

$$Z = \int_{-\varphi_1}^{\varphi_1} dZ = \frac{\rho}{2} b V_o \cdot \frac{1}{\varphi_1} \int_{-\varphi_1}^{\varphi_1} \Gamma \cos \varphi d\varphi$$

$$X_i = \int_{-\varphi_1}^{\varphi_1} dX_i = -\frac{\rho}{2} b V_o \cdot \frac{1}{\varphi_1} \int_{-\varphi_1}^{\varphi_1} \Gamma \frac{v}{V_o} d\varphi$$

Pour une aile à circulation constante sur toute l'envergure, la variation de la circulation, engendrée par la déflexion des bouts d'aile serait, en première approximation, de forme $\Gamma = \Gamma_o \cos \varphi$. Dans le cas extrême, pour $\varphi = 90^\circ$, on a $\Gamma = 0$.

2. Aile sans gauchissement et à répartition elliptique de la circulation

La circulation autour des différentes sections de l'aile elliptique varie suivant la loi

$$\Gamma_{(\varphi_1=0)} = \Gamma_o \left[1 - \left(\frac{y}{b/2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Γ_o étant la circulation dans le plan de symétrie. Pour une aile non défléchie et sans gauchissement, on a encore

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_o} = \frac{l}{l_o}$$

l_o étant la corde médiane.

Pour l'aile défléchie, il vient

$$\begin{aligned} \Gamma &= \Gamma_o \left[1 - \left(\frac{y}{b/2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \cos \varphi = \\ &= \pi \alpha l_o V_o \left[1 - \left(\frac{y}{b/2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \cos \varphi \left(1 + \frac{v}{\alpha V_o \cos \varphi} \right) \end{aligned}$$

d'où

$$\frac{v}{V_o} = -\frac{\alpha \cos \varphi}{1 + \frac{2b}{\pi l_o}}$$

Si le contour en plan de l'aile est une ellipse, la surface et l'allongement de l'aile s'expriment par

$$S = \frac{\pi}{4} b l_o \text{ et } \lambda = \frac{b^2}{S} = \frac{4b}{\pi l_o}$$

Les coefficients de sustentation et de résistance induite, sur l'aile défléchie entière, seront

$$C_z = \frac{Z}{\frac{\rho}{2} V_o^2 S} = \frac{2 \alpha \lambda}{1 + \frac{\lambda}{2}} \cdot J_{(\varphi_1)}$$

$$C_{x_i} = \frac{X_i}{\frac{\rho}{2} V_o^2 S} = C_z \frac{\alpha}{1 + \frac{\lambda}{2}}$$

La fonction

$$J_{(\varphi_1)} = \frac{1}{\varphi_1} \int_{-\varphi_1}^{\varphi_1} \left[1 - \left(\frac{\varphi}{\varphi_1} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cos^2 \varphi d\varphi$$

est représentée sur la figure 2. Les valeurs numériques sont données dans le tableau 1.

Tableau 1

φ_1	0	5	10	15	20	25	30
$J_{(\varphi_1)}$	1,5708	1,5605	1,5518	1,5374	1,5175	1,4924	1,4625
$\frac{2}{\pi} J_{(\varphi_1)}$	1,0000	0,9935	0,9879	0,9787	0,9660	0,9501	0,9311

Pour l'aile non défléchie, on a

$$C_{z(\varphi_1=0)} = \frac{\pi \alpha \lambda}{1 + \frac{\lambda}{2}}$$

$$C_{x_i(\varphi_1=0)} = \frac{C_z^2}{\pi \lambda}$$

Il est intéressant de noter que la déflexion de l'aile ne modifie pas, dans le cas considéré, la finesse de l'aile, car on a

$$\frac{C_{x_i}}{C_z} = \frac{\alpha}{1 + \frac{\lambda}{2}} = \frac{C_{x_i(\varphi_1=0)}}{C_{z(\varphi_1=0)}}$$

Il en résulte que le rapport des coefficients de sustentation et de résistance induite correspondant à l'aile non défléchie et à l'aile défléchie est constant

$$\frac{C_z}{C_{z(\varphi_1=0)}} = \frac{C_{x_i}}{C_{x_i(\varphi_1=0)}} = \frac{2}{\pi} J_{(\varphi_1)}$$

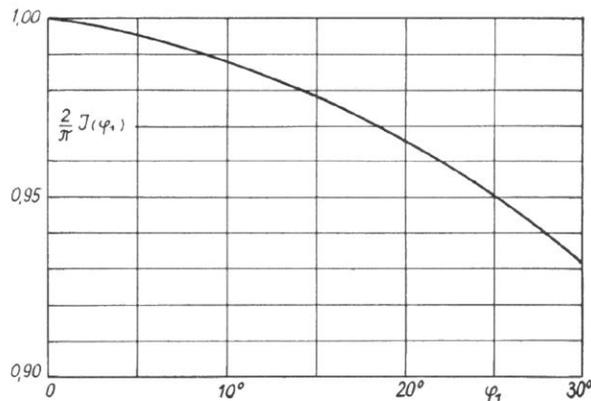


Fig. 3

Les valeurs de ce rapport qui est indépendant de l'allongement sont données sur la fig. 3 et dans le tableau 1. On voit que la flèche des extrémités de l'ordre de 20 % de la demi-envergure d'une aile elliptique, sans gauchissement, correspond à une diminution de 4,5 % des valeurs globales des coefficients de sustentation et de résistance induite.

3. Aile de forme arbitraire

Les ailes de planeurs de haute performance sont souvent de forme en plan trapézoïdale et plus ou moins effilées. Dans le but d'obtenir une répartition plus favorable des efforts aérodynamiques sur l'envergure, on augmente ou diminue le calage des profils vers l'extrémité.

Le calcul aérodynamique d'une aile de forme arbitraire fournit les lois de la circulation Γ , de l'incidence α et de la corde l . Pour l'aile défléchie, en appliquant l'expression

$$\Gamma \cos \varphi = \pi a l V_o \cos \varphi \left(1 + \frac{v}{a V_o \cos \varphi} \right)$$

or

$$\frac{v}{V_o} = a \cos \varphi \left(\frac{\Gamma}{\pi a l V_o} - 1 \right)$$

on déduit les valeurs de la vitesse induite v , en différents points de l'envergure, situés à distance

$$\frac{y}{b/2} = \frac{\varphi}{\varphi_1}$$

du plan de symétrie, en fonction de la flèche maximum

$$\frac{h}{b/2} \approx \frac{\varphi_1}{2}$$

des extrémités d'aile, défléchies vers le haut ou vers le bas.

On calcule, par suite, les valeurs $\Gamma \cos \varphi$ et $\Gamma \cdot \frac{v}{V_o}$, ainsi que les intégrales

$$J_{1(\varphi)} = \frac{2}{\varphi_1} \int_0^{\varphi_1} \Gamma \cos \varphi d\varphi$$

$$J_{2(\varphi)} = -\frac{2}{\varphi_1} \int_0^{\varphi_1} \Gamma \cdot \frac{v}{V_o} d\varphi$$

en appliquant, par exemple, le procédé de Simpson. Les valeurs globales des coefficients de sustentation et de résistance induite, correspondant à l'aile défléchie, sont données par les expressions

$$C_z = \frac{Z}{\frac{\rho}{2} V_o^2 S} = \frac{\lambda}{b V_o} \cdot J_{1(\varphi)}$$

$$C_{xi} = \frac{X_i}{\frac{\rho}{2} V_o^2 S} = \frac{\lambda}{b V_o} \cdot J_{2(\varphi)}$$