

DETERMINATION DE L'ANGLE DE PORTANCE NULLE.

Par Miloch ILITCH, Ingénieur Dipl., Beograd, Yougoslavie.

I. INTRODUCTION.

On expose un procédé de la détermination de l'angle de portance nulle de l'aile de forme en plan quelconque ainsi que des corrections du changement de l'angle de portance nulle de l'avion avec le braquage de la gouverne de profondeur.

Le procédé exposé ne s'applique pas en cas de l'aile en flèche et de l'aile de petit allongement, mais uniquement en cas des ailes où on peut utiliser, avec une certaine exactitude, la théorie de la ligne portante de M. Prandtl.

Le procédé exposé pour la détermination de l'angle de portance nulle de l'aile isolée est basé sur le procédé de la détermination de la portance le long de l'envergure des ailes d'après la méthode de Mme Lotz (Ref. 1); le procédé est simplifié de sorte que l'on peut calculer rapidement les valeurs exactes de l'angle de portance nulle.

La correction du changement de l'angle de portance nulle de l'avion, avec le braquage de la gouverne de profondeur, résulte des facteurs d'équilibre de la stabilité statique longitudinale de l'avion; elle est expérimentalement confirmée.

II. ANGLE DE PORTANCE NULLE DE L'AILE.

1.1. Interprétation théorique. Si on introduit, d'après Mme Lotz, dans l'équation fondamentale integro-différentielle de M. Prandtl

$$\Gamma(y) = \frac{1}{2} V l_{\eta} a_0 \left[\alpha - \frac{1}{4\pi V} \int_{-\frac{1}{2}b}^{+\frac{1}{2}b} \frac{d\Gamma}{dy} \cdot \frac{dy}{y - y'} \right] \dots \dots \dots (1.1.)$$

des séries trigonométriques appropriées, après le développement et la réduction de l'équation on obtient un système des équations linéaires (Ref. 2)

$$\left. \begin{aligned} 2P_1 A_1 + [(C_2 - C_4)A_3 + (C_4 - C_6)A_5 + (C_6 - C_8)A_7 + \dots] &= B_1 \\ (C_2 - C_4)A_1 + 2P_3 A_3 + [(C_2 - C_8)A_5 + (C_4 - C_{10})A_7 + \dots] &= B_3 \\ (C_4 - C_6)A_1 + (C_2 - C_8)A_3 + 2P_5 A_5 + [(C_2 - C_{12})A_7 + \dots] &= B_5 \\ (C_6 - C_8)A_1 + (C_4 - C_{10})A_3 + (C_2 - C_{12})A_5 + 2P_7 A_7 + [\dots] &= B_7 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (I)$$

avec

$$P_n = C_0 - \frac{1}{2} C_{2n} + n \mu_s$$

$$\mu_s = \frac{a_0 l_0}{4b}$$

Les coefficients B_n représentent l'influence de la répartition des angles d'attaque et C_{2m} , l'influence du contour de l'aile, donnés par

$$B_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \alpha_{\eta} \sin \theta \cdot \sin n\theta \cdot d\theta$$

$$C_{2n} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{1}{r_{\eta}} \sin \theta \cos 2n\theta \cdot d\theta$$

Si l'aile n'est pas gauchie l'angle d'attaque est constant le long de l'envergure de l'aile, de sorte qu'on a

$$B_1 = \alpha, B_{2n+1} = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

Si on a
on sait que

$$C_z = \pi \lambda G_1$$

$$G_n = \mu_s A_n$$

Si l'aile est gauchie, l'angle d'attaque effectif, rapporté à la ligne de portance nulle du profil dans le plan de symétrie de l'aile, est donné par

$$\alpha_{\text{eff}\eta} = \alpha_g + \epsilon_{\eta}$$

A la portance nulle, on a $G_1 = 0$; l'angle de portance nulle est constant pour chaque aile et dans ce cas il est donné par $\alpha_g = \alpha_0$; alors,

$$B_n = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} (\alpha_0 + \epsilon_{\eta}) \sin \theta \cdot \sin n\theta \cdot d\theta = \frac{4}{\pi} \alpha_0 J_1 + B_n^i \dots \dots \dots (1.2.)$$

J_1 ne diffère pas du zéro que dans le cas $n = 1$, prenant alors la valeur $\pi/4$; c'est ainsi qu'on a en général

$$B_1 = \alpha_0 + B_1^i, B_{2n+1} = B_{2n+1}^i \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \dots \dots \dots (1.3.)$$

Le système des équations (I) change en (II), d'où on voit que la première des équations (II) détermine l'angle de portance nulle de l'aile et les autres, la répartition de la circulation dans le cas de la portance nulle

$$\begin{aligned} -\alpha_0 + [(C_2 - C_4)A_3 + (C_4 - C_6)A_5 + (C_6 - C_8)A_7 + \dots] &= B_1^i \\ 2P_3A_3 + [(C_2 - C_8)A_5 + (C_4 - C_{10})A_7 + \dots] &= B_3^i \\ (C_2 - C_8)A_3 + 2P_5A_5 + [(C_2 - C_{12})A_7 + \dots] &= B_5^i \\ (C_4 - C_{10})A_3 + (C_2 - C_{12})A_5 + 2P_7A_7 + [\dots] &= B_7^i \\ \dots \dots \dots \end{aligned}$$

1.2. Calcul numérique. Dans la première approximation l'angle de portance nulle de l'aile est déterminé par (Ref. 3)

$$\alpha_0 = -B_1^i = -\frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \epsilon_{\eta} \sin^2 \theta \cdot d\theta \dots \dots \dots (1.4.)$$

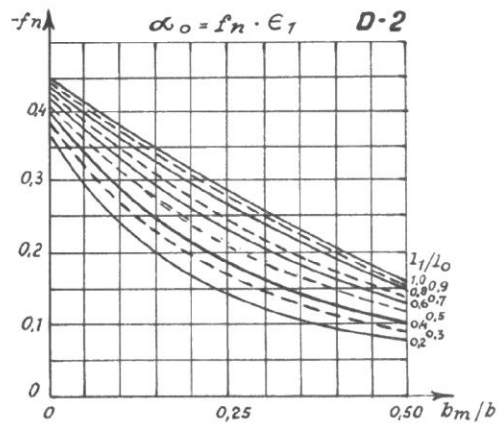
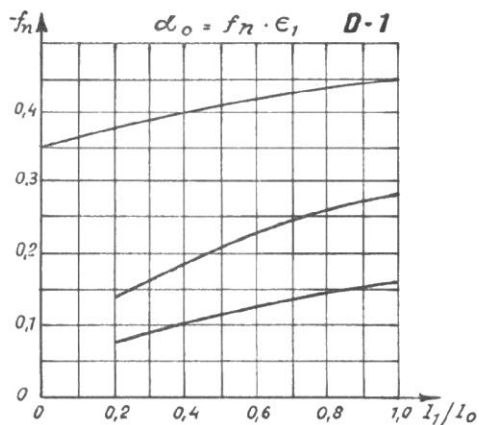
ce qui représente, pratiquement, la valeur exacte. On peut calculer l'intégral d'après le tableau T-1.

En cas où les bords d'attaque et de fuite de l'aile forment des lignes droites (l'aile est gauchie!) les diagrammes D-1 et D-2 rendent possible la détermination directe de l'angle de portance nulle des ailes trapézoïdales et des ailes trapézoïdales avec une partie médiane rectangulaire.

1.3. Contrôle. On a choisi, comme exemple, une aile dont les caractéristiques géométriques sont les suivantes

surface portante..... $S = 32,0 \text{ m}^2$

envergure..... $b = 15,0 \text{ m}$
allongement..... $\lambda = b^2/S = 7,0$
gradient de portance..... $a_0 = 5,6 \text{ rad}^{-1}$



La forme de l'aile est donnée dans le diagramme D-3 et la répartition du gauchissement dans le diagramme D-4. On a trouvé la valeur de l'angle de portance nulle d'après le procédé proposé

$$\alpha_0 = 2,225^\circ$$

Le calcul comparatif est fait d'après la méthode de M. Multhopp (Ref. 4) et le résultat final, après la deuxième itération fut:

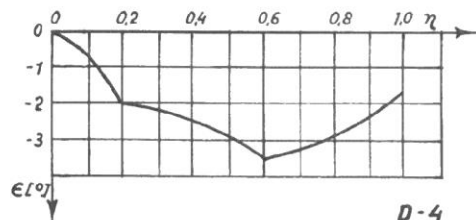
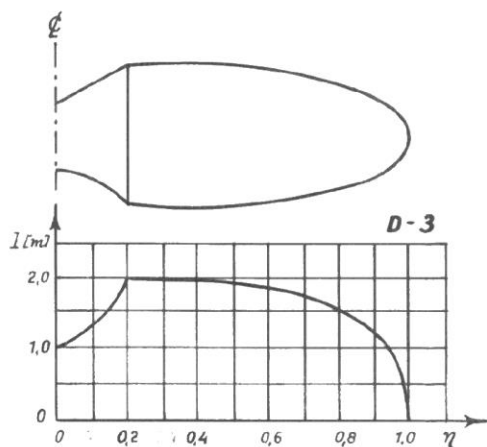
$$\alpha_0 = 2,270^\circ$$

En outre, on a donné le calcul, d'après les différentes méthodes, pour l'aile trapézoïdale suivante:

surface portante..... $S = 16,0 \text{ m}^2$
envergure..... $b = 11,4 \text{ m}$
allongement..... $\lambda = 6,0$
effilement..... $l_1/l_0 = 0,5$
gauchissement..... $\epsilon_1 = -5,0^\circ$

Les valeurs sont données dans le tableau T-2. Pour la méthode de Mme Lotz la première valeur se rapporte au procédé proposé et les deux autres à la deuxième et troisième itération.

Comme les écarts $\Delta\alpha = \pm 0,1^\circ$ sont permis, les résultats se trouvent dans ces limites.



III. CORRECTION DE L'ANGLE DE PORTANCE NULLE AVEC LE BRAQUAGE DE LA GOUVERNE DE PROFONDEUR.

Négligeant la portance de fuselage, la portance totale de l'avion se compose de la portance de l'aile et de la portance de la gouverne horizontale. La portance de la gouverne horizontale se compose de deux portances distinctes, c'est à dire de la portance provoquée par l'angle d'attaque du plan horizontal et la portance provoquée par la braquage de la gouverne de profondeur.

Si les braquages de la gouverne de profondeur sont petits, l'angle de portance nulle de l'avion est pratiquement identique avec l'angle de portance nulle de l'aile. Mais, si les braquages de la gouverne de profondeur sont suffisamment grands, du point de vue de l'équilibre longitudinale, on ne peut pas négliger la contribution de la portance de l'empennage horizontal.

2.1. Interprétation analytique. La portance totale de l'avion est donnée par:

$$C_{Z\Sigma} = C_Z + \Delta C_{Zh} \quad (2.1.)$$

Etant donné que

$$C_Z = a \alpha_g$$

et que l'angle de la gouverne horizontale est

$$\alpha_h = \alpha_g - \varepsilon + \bar{\eta}_h + \left(\frac{a_2}{a_1}\right) \text{eff} \cdot \eta_h$$

si on réduit à l'aile la portance de la gouverne horizontale pour le cas de la portance nulle de l'avion totale, alors $\alpha_g = \alpha_0$, et on aura:

$$0 = a \alpha_0 + \frac{S_h}{S} a_h x_h \left[\alpha_0 - \varepsilon + \left(\frac{a_2}{a_1}\right) \text{eff} \cdot \eta_h \right] \quad (2.2.)$$

Il en résulte:

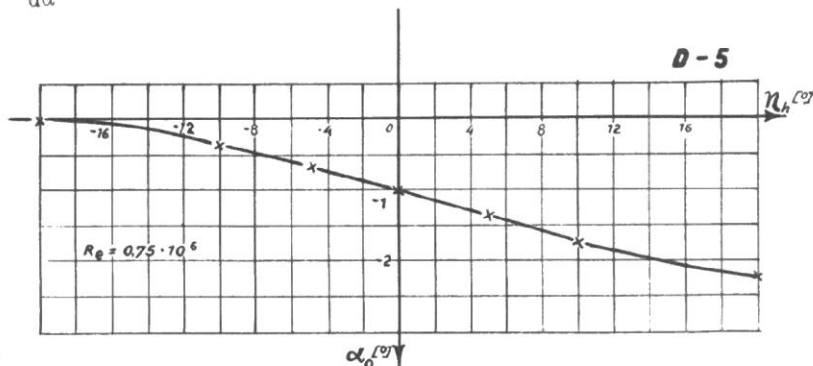
$$\alpha_0 \left[a + \frac{S_h}{S} \frac{a_h}{a} x_h \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \right] = - \frac{S_h}{S} a_h x_h \left[\bar{\eta}_h + \left(\frac{a_2}{a_1}\right) \text{eff} \cdot \eta_h \right]$$

ou, si on dérive par rapport à η_h ,

$$\frac{\partial \alpha_0}{\partial \eta_h} = - \frac{\frac{S_h}{S} \cdot \frac{a_h}{a} \cdot x_h}{1 + \frac{S_h}{S} \frac{a_h}{a} x_h \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)} \cdot \left(\frac{a_2}{a_1}\right) \text{eff} \quad (2.3.)$$

2.2. Vérification. Le diagramme

D-5 donne la variation typique de l'angle de portance nulle de l'avion. Pour les angles normaux du braquage de la gouverne de profondeur l'accroissement de l'angle de portance nulle de l'avion est linéaire. On a donné dans le tableau T-3 les augmentations de l'angle de portance nulle de l'avion en fonction du braquage de la gouverne de profondeur cal-



culées et déterminées expérimentalement. Les valeurs calculées sont inférieures d'environ 20%; et c'est pour cette raison qu'on propose la formule pratique suivante:

$$\frac{\partial \alpha_o}{\partial \eta_h} = -1,2 \cdot \frac{\frac{S_h}{S} \frac{a_h}{a} \kappa_h}{1 + \frac{S_h}{S} \frac{a_h}{a} \kappa_h \left(1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha}\right)} \cdot \left(\frac{a_2}{a_1}\right)_{\text{eff}} \dots \dots \dots (2.4.)$$

IV. ANGLE DE PORTANCE NULLE DE L'AVION.

D'après ce qu'on a exposé, l'angle totale de portance nulle est donné par:

$$\alpha_o \Sigma = \alpha_o + \left(\frac{\partial \alpha_o}{\partial \eta_h}\right) \cdot \eta_h \dots \dots \dots (3.1.)$$

V. CONCLUSION.

Il est très important de connaître la valeur précise de l'angle de portance nulle de l'avion dans le travail de construction pour plusieurs raisons, parmi lesquelles on peut citer les suivantes:

- a. pour déterminer l'angle constructif entre l'aile et le fuselage;
- b. pour déterminer la déflexion du courant derrière l'aile dans la zone des empennages horizontaux;
- c. pour déterminer l'effet de l'angle de portance nulle sur l'équilibre par la gouverne de profondeur.

On peut utiliser le même procédé pour la détermination de l'angle de portance nulle de l'aile pour le cas du braquage des volets, considérant l'angle de braquage comme une variation du gauchissement de l'aile. Les diagrammes ci-joints facilitent la détermination de l'angle de portance nulle de l'aile trapézoïdale avec le plan central rectangulaire.

Les résultats obtenus sont suffisamment exacts pour la construction pratique et le calcul numérique n'exige pas trop de temps.

VI. ANNEXE.

Pour une répartition du gauchissement le long de l'envergure linéaire, donnée par

$$\epsilon_\eta = \epsilon_1 \cos \theta,$$

on a, d'après la formule (1.4.),

$$\alpha_o = -\frac{4}{\pi} \epsilon_1 \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \cos \theta \cdot \sin^2 \theta \cdot d\theta = -\frac{4}{\pi} \epsilon_1 \left[\frac{\sin^3 \theta}{3} \right]_0^{\frac{1}{2}\pi}$$

alors,

$$\alpha_o \approx -0,425 \epsilon_1$$

qui représente une valeur théorique exacte pour une aile elliptique.

Pour une répartition du gauchissement parabolique, donnée par

$$\epsilon_\eta = \epsilon_1 \cos^2 \theta$$

l'intégral (1.4.) devient

$$\alpha_o = -\frac{4}{\pi} \epsilon_1 \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \cos^2 \theta \cdot \sin^2 \theta \cdot d\theta = -\frac{\epsilon_1}{\pi} \left[\cos \theta \cdot \sin^3 \theta \right]_0^{\frac{1}{2}\pi} + \frac{1}{2} \theta \left[\right]_0^{\frac{1}{2}\pi} - \frac{1}{4} \sin 2\theta \left[\right]_0^{\frac{1}{2}\pi}$$

d'où

$$\alpha_0 = -0,25 \in_1$$

qui est aussi une valeur exacte pour une aile elliptique.

VII. NOTATION.

A. DIMENSIONS FONDAMENTALES.

Longueur.....	m
Poids.....	kg
Temps.....	sec

B. DIMENSIONS PHYSIQUES.

ρ - densité de l'air.....	kg m ⁻⁴ sec ²
$q = \frac{\rho}{2} v^2$ - pression dynamique.....	kg m ⁻²
V - vitesse.....	m sec ⁻¹
$x_h = q_h/q$ - facteur de l'efficacité de l'empennage horizontal	
Γ - circulation.....	m ² sec ⁻¹

C. DIMENSIONS GÉOMÉTRIQUES.

b - envergure.....	m
S - surface portante de l'aile.....	m ²
S_h - surface de l'empennage horizontal.....	m ²
$\lambda = b^2/S$ - allongement	
y - ordonnée locale	m
$\eta = \frac{y}{b/2} = -\cos \theta$ - ordonnée relative	
l - corde.....	m
l_η - corde locale.....	m
l_0 - corde du profil dans le plan de symétrie de l'aile.....	m
l_1 - corde du profil au bout de l'aile.....	m

D. ANGLES.

α - angle d'attaque	
α_g - angle d'attaque rapporté à la ligne de portance nulle de l'aile	
α_0 - angle de portance nulle de l'aile rapporté à la ligne de portance nulle du profil	

dans le plan de symétrie de l'aile

$\alpha_{0\Sigma}$ - angle total de portance nulle de l'avion.

ϵ - angle du gauchissement rapporté à la ligne de portance nulle du profil dans le plan de symétrie de l'aile

ϵ_{η} - gauchissement local

ϵ_1 - gauchissement au bout de l'aile

η_h - angle de braquage de la gouverne de profondeur

$\bar{\eta}_h$ - angle constructif de l'empennage horizontal rapporté à la ligne de portance nulle de l'aile

ϵ - angle de la déflexion du courant d'air derrière de l'aile, dans la zone des empennages horizontaux

E. COEFFICIENTS AERODYNAMIQUES.

$C_z = R_z/qS$ - coefficient de portance de l'aile

$\Delta C_{zh} = R_{zh}/q_h S_h$ - coefficient de portance de l'empennage horizontal

$C_{z\Sigma}$ - coefficient de portance de l'avion

$a_0 = \left(\frac{dC_z}{d\alpha}\right)_{\lambda=\infty}$ - gradient de portance de profil..... rad^{-1}

a - gradient de portance de l'aile..... rad^{-1}

a_h - gradient de portance de l'empennage horizontal rad^{-1}

$a_1 = a_h$

$a_2 = \frac{\partial C_{zh}}{\partial \eta_h}$ - changement de portance de l'empennage horizontal avec l'angle de braquage de la gouverne de profondeur rad^{-1}

$\frac{\partial \alpha_0}{\partial \eta_h}$ - changement de l'angle de portance nulle avec le braquage de la gouverne de profondeur.

VIII. REFERENCES.

1. I. LOTZ: Berechnung der Auftriebsverteilung beliebig geformter Flügel, ZFM 1931;
2. H.A. PEARSON: Span Load Distribution for Tapered Wings with Partial-span Flaps, NACA TR 585, 1937;
3. M.G. ILITCH: Détermination de l'angle de portance nulle de l'aile, Narodna Krila 1, Belgrade 1951;
4. H. MÜLTHOPP: Die Berechnung der Auftriebsverteilung von Tragflügeln, Luftfahrtforschung, 1938;
5. FUCHS, HOPF, SEEWALD: Aerodynamik, Theorie der Luftkräfte, 1935;
6. R.F. ANDERSON: Determination of the Characteristics of Tapered Wings, NACA TR 572, 1936.

IX. TABLEAUX.

TABLE I

	$\eta = \frac{V}{b/2}$	θ°	K	ϵ_η rad	$K \cdot \epsilon_\eta$
①	1	0,9877	9	0,02446	
②	2	0,9511	18	0,09548	
③	3	0,8911	27	0,20612	
④	4	0,8090	36	0,34551	
⑤	5	0,7071	45	0,49999	
⑥	6	0,5878	54	0,65448	
⑦	7	0,4540	63	0,79388	
⑧	8	0,3090	72	0,90459	
⑨	9	0,1546	81	0,97555	
⑩	10	0,0	90	1,00000	
⑪	$\sum_{i=1}^{10} \frac{10}{i} =$				
⑫	α_b rad	$-0,2 \cdot \textcircled{11}$			
⑬	α_b°	$57,3 \cdot \textcircled{12}$			

TABLE II

Méthode	α_b°
Lotz	2,068; 2,109; 2,114
Glauert	2,089
Multhopp	2,118
Fuchs +	1,953
Anderson ++	2,060

+ Référence 5.

++ Référence 6.

TABLE III

Avion	$\frac{\partial \alpha_b}{\partial \eta_h}$		
	Formule (2.3.)	Formule (2.4.)	Experiment
Biplace d'entrainement	- 0,059	- 0,0708	- 0,070
Chasseur biplace	- 0,070	- 0,0840	- 0,090
Chasseur biplace	- 0,057	- 0,0685	- 0,070
Bimoteur triplace d'entrainement	- 0,071	- 0,0853	- 0,089
Bimoteur quadriplace d'entrainement	- 0,073	- 0,0876	- 0,082